



sketchometry

Herausgeber

Universität Bayreuth
Forschungsstelle für Mobiles Lernen mit digitalen Medien
sketchometry
Universitätsstraße 30
95447 Bayreuth

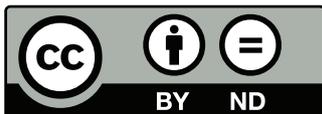
Internet

<http://heftreihe.sketchometry.org>



Lizenz

Diese Publikation ist unter folgender Lizenz erschienen:
<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/>



Titel

sketchometry

Heft

14

Das egBook
Ein interaktives Vorlesungskonzept

Autor

Carsten Miller
Forschungsstelle für Mobiles Lernen mit digitalen Medien
Universität Bayreuth

Erscheinungsjahr

2022

ISSN

2364-5520



Das egBook

Ein interaktives Vorlesungskonzept

Ein Praxisbeispiel

Lehramtsausbildung

Die Universität Bayreuth bietet als eine von acht bayerischen Universitäten im Rahmen der Lehrkräfteausbildung das Fach Mathematik für das Lehramt an Gymnasien, Realschulen und beruflichen Schulen an. Die Mathematikausbildung setzt sich aus fachwissenschaftlichen, fachdidaktischen und unterrichtspraktischen Bestandteilen zusammen.

Vorlesung zur Elementargeometrie

Studierende des Lehramts für Realschulen besuchen im Rahmen der fachwissenschaftlichen Ausbildung die Veranstaltung „Elementargeometrie“. Darin werden Grundlagen der Euklidischen Geometrie der Ebene und des Raumes behandelt sowie problemgeschichtliche Aspekte thematisiert. Die Studierenden vertiefen ihre Kompetenzen im geometrischen Argumentieren, lernen geometrische Beweise zu führen und bauen geometrische Grundlagen axiomatisch auf. Darüber hinaus festigen Querverweise zu schulgeometrischen Inhalten und didaktischen Konzepten ein vertieftes Verständnis geometrischer Denk- und Arbeitsweisen, die essentieller Bestandteil der späteren Lehrtätigkeit sind.

Die Veranstaltung findet regelmäßig im Wintersemester statt und umfasst vier Semesterwochenstunden, wobei zwei für die Vorlesung und zwei für die Übung vorgesehen sind. Die Studierenden erhalten insgesamt sechs Leistungspunkte (ECTS), was einem Arbeitsaufwand von etwa 180 Stunden entspricht. Die Prüfung findet in Form einer 90-minütigen Klausur statt.

Digitales Skript – Das interaktive egBook

Aufgrund eines Dozentenwechsels zum Wintersemester 2021/22 entstand ein überarbeitetes Lehr-Lern-Arrangement als neues Vorlesungskonzept, das Elemente einer klassischen Mathematikvorlesung mit digitalen Komponenten kombiniert. Kern dieses neuen Konzepts bildet ein umfassendes interaktives Online-Skript, das so genannte egBook [a][1]. Es deckt den kompletten Inhalt der Vorlesung ab, alle geometrischen Abbildungen sind als interaktive Elemente gestaltet.

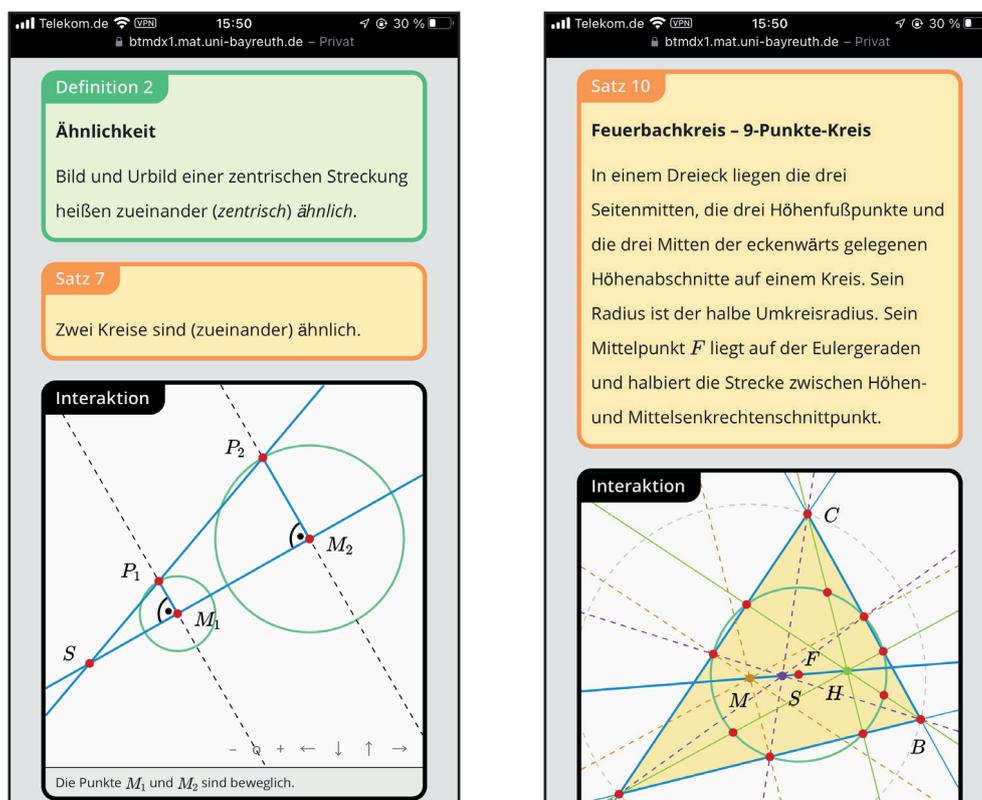


Abbildung 1: egBook auf einem Smartphone

Studierende können diese verändern und mathematische Zusammenhänge selbstständig erkunden. Komplexere Konstruktionen werden als interaktive Animationen [2] eingebunden. Das egBook vereint die Vorteile eines statischen PDF-Skripts und die eines dynamischen eBooks. Das egBook verfügt zudem über eine integrierte Volltextsuche, die bei der Bearbeitung von Übungsaufgaben und zur Klausurvorbereitung wertvolle Unterstützung leistet.

Technik – Freie Software

Auf technischer Seite kommt das Open-Source-Tool mdbook [3] zum Einsatz, das unter der Mozilla Public License v2.0. frei zur Verfügung steht. Inhalte werden textbasiert in einem Editor eingegeben. Optische Auszeichnungen wie beispielsweise Überschriften, Fettdruck oder Blöcke aber auch Bilder lassen sich im markdown-Format realisieren. Interaktionen werden durch html-Eingaben eingebunden.

```

1  # Axiome der Strecken- und Winkelmessung
2
3  ## Streckenlänge und Entfernung
4
5  {:. axiom}
6  > ## Axiom (A7)
7  > Zwei Punkten  $\{(A)\}$  und  $\{(B)\}$  lässt sich eindeutig eine nicht negative Zahl  $\{|\overline{AB}|\}$  zuordnen,
8  >
9  > (1)  $\{|\overline{AB}| = 0 \iff \overrightarrow{AB} = \vec{0}\}$ 
10 >
11 > (2)  $\{|\overline{AB}| = |\overline{BA}|\}$ 
12
13 <div id="id_2_3_A7" class="jxgbox div75"></div>
14 <script>
15 (function () {
16   var board = JSXGraph.initBoard('id_2_3_A7', {boundingbox: [0, 7.5, 10, 0], showCopyright: false});
17   var A = board.create('point', [3, 4], {name: '\{A\}', label: {offset: [-25, 25]}});
18   var B = board.create('point', [7, 2], {name: '\{B\}', label: {offset: [10, 25]}});
19   var l = board.create('line', [A, B], {name: '', straightFirst: false, straightLast: false});
20   var t = board.create('text', [6, 6, function () {return '\{|\overline{AB}|\} = ' + Number.parseFloat(A.Distance(B));}]);
21 });
22 </script>
23 <div class="w2d">Die Punkte  $\{(A)\}$  und  $\{(B)\}$  sind beweglich.</div>
24
25 {:. axiom}
26 > (3) Streckengleichung:  $\{|\overline{AB}| + |\overline{BC}| = |\overline{AC}|\} \iff \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BC}$ 
27 >
28 > (4) Dreiecksgleichung:  $\{|\overline{AB}| + |\overline{BC}| > |\overline{AC}|\} \iff \overrightarrow{AB} \not\parallel \overrightarrow{BC}$ 
29

```

Abbildung 2: Eingabe im Editor mit markdown und html

Die mdbook-Software generiert daraus eine komplette HTML-Struktur mit Navigation, die über einen Server bereitgestellt wird (Abbildung 3). Auf diese Weise können Dozent und Studierende online auf das egBook zugreifen.

Die über 270 interaktiven Abbildungen und Konstruktionen basieren auf der Bayreuther Open-Source-Bibliothek JSXGraph [4], die mit JavaScript umgesetzt ist und sowohl für interaktive Geometrie, zum Plotten von Funktionsgraphen, zur Darstellung von Diagrammen und für die Visualisierung von Daten geeignet ist. JSXGraph bildet auch die Grundlage für die gestenbasierte Mathematiksoftware sketchometry.



Abbildung 3: egBook mit Navigation und Volltextsuche

Sämtliche Inhalte des egBooks, einschließlich der interaktiven Konstruktionen, sind responsiv gestaltet, sodass sich diese an beliebige Bildschirmgrößen automatisch anpassen. Das egBook eignet sich daher sowohl zur Nutzung auf Smartphones aber auch auf Tablets oder Notebooks. Im Hörsaal sind die Inhalte auf elektronischen Tafeln sinnvoll einsetzbar. Das egBook, als interaktives Begleitmedium, geht damit weit über die Funktion eines traditionellen Skripts hinaus und bietet einen echten Mehrwert.

Einsatz in der Vorlesung

In traditionellen Mathematik-Vorlesungen präsentieren Dozierende Vorlesungsinhalte an der (Kreide-)Tafel und entwickeln dort die dazugehörigen Beweise, gelegentlich durch statische PDF-Skripte ergänzt. Die Studierenden übernehmen die Inhalte in ihr persönliches Skript und bereiten diese anschließend nach. Übungsaufgaben dienen der Vertiefung und Anwendung neu erworbener Inhalte.

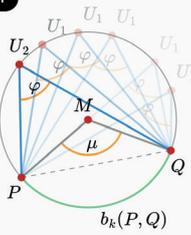
Im Vergleich dazu wurden in der Vorlesung zur Elementargeometrie die Inhalte der Vorlesung direkt im egBook erarbeitet. Der Dozent projizierte das interaktive Skript im Hörsaal, die Studierenden konnten die Inhalte auf ihren Mobilgeräten nachvollziehen. Axiome, Definitionen und Sätze sind vorbereitet und mussten daher nicht handschriftlich übernommen werden. Skizzen und Visualisierungen sind allesamt interaktiv. So konnten verschiedene Ausgangssituationen einer Konstruktion veranschaulicht und von den Studierenden eigenhändig untersucht werden.

Satz 18

Umfangswinkelsatz

Umfangswinkel über demselben Kreisbogen sind maßgleich.

Interaktion



$b_k(P, Q)$

Die Punkte P, Q, U_1 und U_2 sind entlang der Kreislinie beweglich.

Beweis von Satz 18

Satz 19

Umfangswinkel zu verschiedenen Seiten einer Kreissehne ergänzen sich zu 180° .

$|\varphi_1| + |\varphi_2| = 180^\circ$

Abbildung 4: Interaktive Konstruktion

Durch die Vorgabe von zentralen Inhalten im egBook verschob sich der Fokus der Vorlesung vom Nachvollziehen hin zum eigenständigen (digitalen) Entdecken und Argumentieren. Beweisführungen fanden bewusst auf traditionellem Wege an der Tafel statt. Die Studierenden sollten diese durch schrittweises Vorgehen verinnerlichen und damit Denk- und Verarbeitungsprozesse stärken.



Online-Lehre

Aus den Erfahrungen der pandemiebedingten Online-Lehre erwies sich die Integration von statischen und interaktiven Inhalten in einem gemeinsamen Medium als besonders vorteilhaft. Beim Streamen von Vorlesungen stand dem Dozenten in der Regel nur der Bildschirm als Interaktionsmedium zur Verfügung. Mit dem egBook ist kein Wechsel zwischen verschiedenen Anwendungen wie Whiteboard für Skizzen und einem Skript erforderlich. So sehen Studierende am Bildschirm beispielsweise Definitionen und Sätze und beobachten simultan, wie der Dozent diese anhand der interaktiven Konstruktionen erläutert.

sketchometry

Der planvolle Umgang mit digitalen Medien, wie beispielsweise dem Einsatz interaktiver Abbildungen, stellt eine wichtige Kompetenz angehender Mathematiklehrkräfte dar. Durch das egBook lernten die Studierenden konkrete fachmathematische Inhalte in digitaler Form zu nutzen und so die Vorteile eines neuen Lehrmediums zu schätzen.

Ergänzend bot sich der Einsatz dynamischer Mathematik-Software in der Vorlesung zur Elementargeometrie an. Mit dem Werkzeug sketchometry erstellten die Studierenden eigene Konstruktionen. Das egBook enthält regelmäßig Anregungen und Hinweise, wie sich Konstruktionen mit sketchometry selber erzeugen und erkunden lassen. So wird unterschwellig der Umgang mit dynamischer Mathematiksoftware geschult und sinnvolle Bezüge zum Schulunterricht geschaffen.

Bewertung – Rückmeldung der Studierenden

Das Konzept des egBooks wurde im Wintersemester 21/22 erstmals eingesetzt. Da noch keine Erfahrungen mit diesem Medium vorlagen, erhielten die Studierenden zu Beginn der Vorlesung eine kurze Einführung in das intendierte Arbeiten mit der Bitte, regelmäßig und zeitnah Feedback zu geben:

- ▶ Eine der ersten Rückmeldungen bezog sich auf das nachträglich „befürchtete“ Ändern bereits behandelter egBook-Inhalte. Ein statisches Skript (als PDF-Datei oder in gedruckter Form) sowie eine handschriftliche Mitschrift sind durch externe Eingriffe des Dozenten nicht bzw. selten veränderbar. Bei einem Server-basierten Skript wie dem egBook wären Änderungen und Ergänzungen auf Autorensseite jederzeit möglich. Dies wurde vom Dozenten jedoch vorab explizit ausgeschlossen. Es mussten lediglich kleinere (angekündigte) Fehlerkorrekturen vorgenommen werden.
- ▶ Die interaktiven Konstruktionen erachteten die Studierenden als sehr hilfreich, meist mit der Bitte verbunden, der Dozent solle diese vorstellen. Mit der Zeit nutzen die Studierenden die Interaktionen jedoch auch eigenständig. Dies wurde am Ende der Veranstaltung als bedeutender Vorteil gesehen, insbesondere für die Nachbereitung der Veranstaltung.
- ▶ Eine inhaltliche Anregung bezog sich auf eine Übersicht behandelter mathematischer Ausdrücke, die zeitnah durch ein Glossar und eine Axiomenübersicht in das egBook integriert wurden.

Technische Schwierigkeiten in Bezug auf Ausstattung, Bedienung bzw. Performance traten kaum auf. Die Studierenden nutzten vorwiegend Smartphones und Tablets. Eine PDF-Version des egBooks wurde auf Nachfrage bereitgestellt, jedoch nur vereinzelt genutzt. Dem mehrfachen Wunsch nach vollständigen Beweisen im egBook wurde aus didaktischen Überlegungen nicht entsprochen, da diese von den Studierenden eigenständig entwickelt und nicht nur reproduziert werden sollten.

Aufgrund der Dynamik im Entstehungsprozess des egBooks war eine schriftliche Evaluation nicht möglich. Diese wird zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen.

Mehrwert – Erfahrungen des Dozenten

Als entscheidenden Vorteil des egBooks im Vergleich zur Arbeit an der Tafel bzw. mit einem PDF-Skript stellten sich die integrierten interaktiven Abbildungen heraus. Geometrische Inhalte werden traditionell durch (statische) Skizzen visualisiert. Sind diese jedoch interaktiv gestaltet, lassen sich auch komplexe Aussagen und Prozesse anschaulich darstellen (insbesondere wenn Studierende diese eigenständig untersuchen). Es sind prinzipiell keine weiteren Visualisierungswerkzeuge erforderlich (auch wenn solche [5] in den Übungen zur Vorlesung ergänzend genutzt wurden).

Scherung

Definition 5

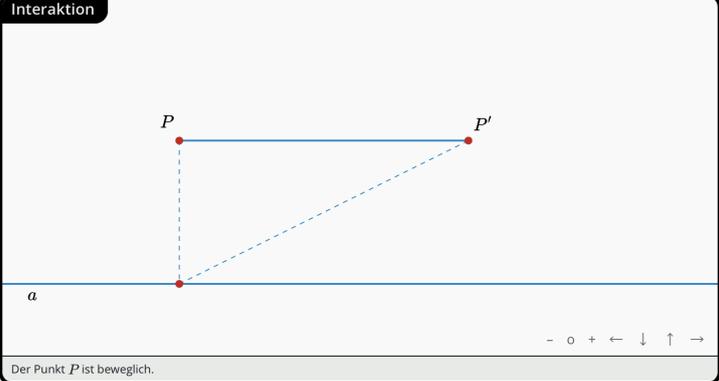
Eine Abbildung f der Ebene heißt *Scherung*, wenn

- eine Fixpunktgerade existiert (*Scherachse* a),
- PP' parallel zu a liegt, falls P kein Punkt von a ist,
- f geradentreu ist,
- f paralleltreue ist.

Satz 5

Eine Scherung ist festgelegt durch a und ein Punkt-Bildpunkt-Paar PP' außerhalb von a .

Interaktion



Der Punkt P ist beweglich.

Interaktion

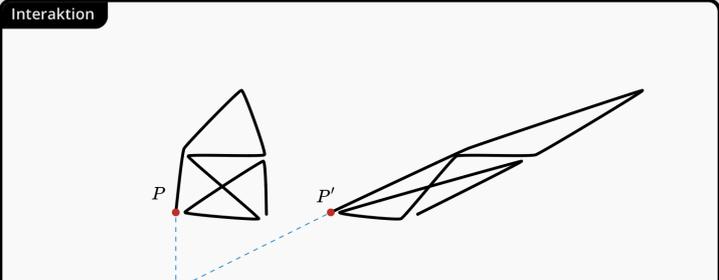


Abbildung 5: Beweise sind im egBook bewusst nicht enthalten

Müssen Studierende Axiome, Definitionen und Sätze während der Vorlesung nicht von der Tafel abschreiben, bleibt genügend Zeit zum Erkunden und Nachvollziehen der behandelten Inhalte, auch für weniger leistungsstarke Studierende. Damit rücken die Beweise in den Fokus, die nun ausführlicher entwickelt werden können. Für angehende Lehrkräfte stellt dieser forschend-entdeckende Zugang einen wertvollen Ausblick auf die Schulpraxis dar.

Das Konzept des egBooks hat sich aus Dozentensicht bewährt. Einige technische Anpassungen wurden nach dem ersten Durchlauf bereits vorgenommen. So sind Axiome, Definitionen und Sätze nun optisch klarer voneinander abgegrenzt. Interaktionen besitzen kurze Beschreibungstexte, die erklären, welche Objekte beweglich sind. Layout und Design wurden optimiert.

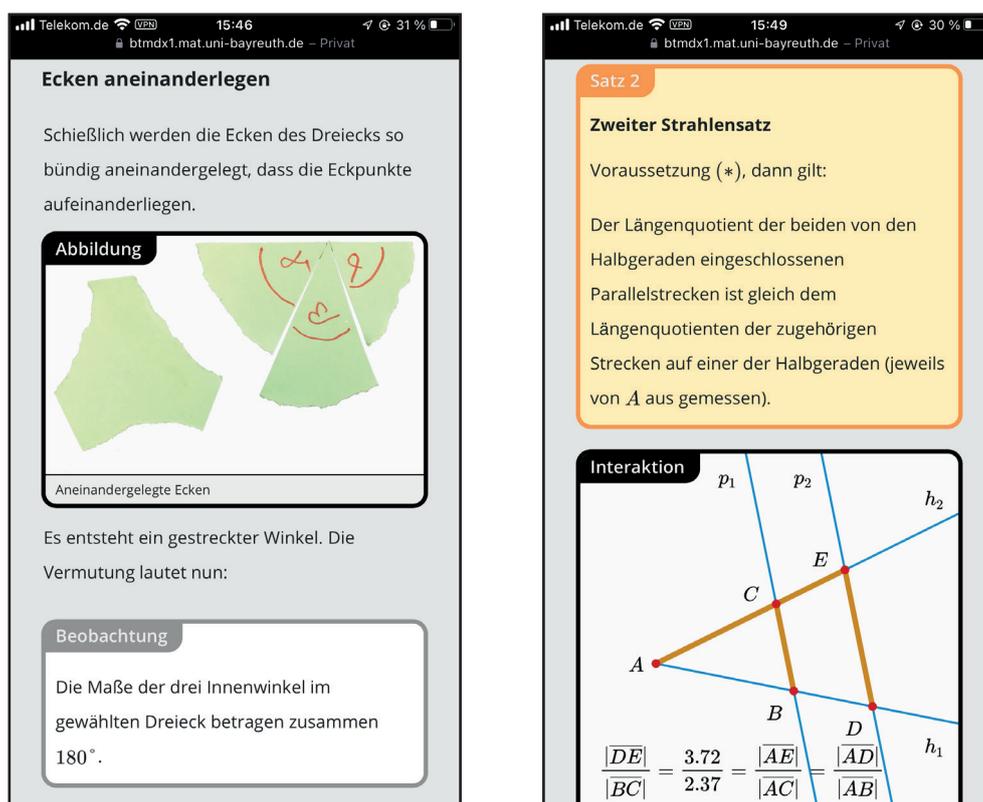


Abbildung 6: egBook als Nachschlagewerk für andere Veranstaltungen

Fazit

Die Gestaltung des egBooks war äußerst aufwändig und zeitintensiv und ist nur für regelmäßig stattfindende Veranstaltungen empfehlenswert. Dennoch schärft die Erstellung der Interaktionen den Blick auf das Wesentliche: Was soll mit einer bestimmten Interaktion überhaupt gezeigt werden? Anders als bei einer Tafelskizze muss eine dynamische Abbildung alle möglichen Fälle abdecken. Das erforderte eine wesentlich intensivere Vorbereitung, eröffnete jedoch in der Vorlesung vielfältige neue Erkläransätze. Die Studierenden nutzten daher das egBook nicht passiv-rezeptiv, sie probierten und experimentierten aktiv während der Vorlesung und Übung.

Bandornamente

Eine schöne Anwendung von Mehrfachspiegelungen ist die Betrachtung von sog. *Bandornamenten*.

Ein *Bandornament* oder *Fries* besteht aus einer Basisfigur (*Grundeinheit*, kleinste Einheit), welche entlang einer vorgegebenen Richtung (*Friesrichtung*), fortlaufend aneinandergelagert wird. Das Muster (Band), das auf diese Weise entsteht, kann endlos fortgesetzt werden kann.

Abbildung

Das Diagramm zeigt eine Reihe von Gesichtern in einem Fries. Ein einzelnes Gesicht ist als 'Grundeinheit' markiert. Ein Pfeil zeigt die 'Friesrichtung' nach rechts an. Ein weiterer Pfeil zeigt die 'Verschiebung kleinster Länge' an, was die Verschiebung der Grundeinheit relativ zur Friesrichtung darstellt.

commons.wikimedia.org/wiki/File:Fries.png (public domain)

Bandornamente sind häufig in der Architektur und Kunst zu finden. Die Ästhetik von kunstvoll verzierten Bauwerken oder handge-knüpften (Wand-)Teppichen besticht durch die geometrischen Regelmäßigkeiten dieser Muster.

Abbildung

Das Foto zeigt einen antiken Fries mit einer komplexen, wiederholenden Ornamentik, die in einem Relief dargestellt ist.

commons.wikimedia.org/wiki/File:Campiglia_Marittima_Pieve_di_San_Giovanni_northern_portal_frieze_2012-08-26.jpg (LepoRello)
(CC) BY-SA
 Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](#).

Im Süden der griechischen Insel *Chios* (Χίος) befindet sich die kleine Ortschaft *Pyrgi* (Πυργί).

Abbildung

Die Karte zeigt die Insel Chios mit der Ortschaft Pyrgi markiert.

Abbildung 7: Geschichtliche und kulturelle Exkurse erweitern das egBook



Das egBook stellt eine wertvolle Ressource für andere Veranstaltungen dar. In der Vorlesung „Didaktik der Geometrie“ bietet das egBook Hintergrundinformationen zur Differenzierung und Vertiefung. Die Studierenden können gezielt auf einzelne Unterkapitel zugreifen und das egBook als eine Art Nachschlagewerk nutzen. Zusätzlich sind im egBook regelmäßig Querverweise zur Schulmathematik vorhanden (Abbildung 6).

Die Elementargeometrie hat ihre Wiege in der Antike. Mit weiteren kleinen Exkursen zu bedeutenden „mathematischen“ Persönlichkeiten und kulturellen Errungenschaften (Abbildung 7) [6] wird das egBook sukzessive ergänzt und soll die Studierenden zum Selbststudium anregen, um vertiefte kulturelle und gesellschaftliche Bezüge zu schaffen.

Inhaltlich wird das egBook in den kommenden Semestern noch um konkrete Arbeitsimpulse erweitert. Damit erhalten Studierende Denkanstöße, die sie zum noch intensiveren Beschäftigen mit den Inhalten der Veranstaltung bewegen sollen. Eine Assessment-Komponente mit gestuftem Feedback könnte in mittlerer Zukunft die Übungen zur Vorlesung ergänzen.



Quellen (Stand 20.12.2022)

Screencast

[a] <https://mms.uni-bayreuth.de/Panopto/Pages/Viewer.aspx?id=a6e4dbbc-2314-431a-ac22-aecc00ec9767>

Quellen

- [1] egBook (Demo)
<https://btmdx1.mat.uni-bayreuth.de/~carsten/eg/bookDemo/>

- [2] Beispiel (Animation)
https://btmdx1.mat.uni-bayreuth.de/~carsten/eg/bookDemo/3_2_dreifachachsenspiegelung.html#lagebeziehungen

- [3] mdbook
<https://rust-lang.github.io/mdBook/>

- [4] JSXGraph
<http://jsxgraph.uni-bayreuth.de>

- [5] sketchometry
<https://sketchometry.org>

- [6] Beispiel (Kapitel)
https://btmdx1.mat.uni-bayreuth.de/~carsten/eg/bookDemo/3_4_bandornamente.html

- [7] Vorlage
<https://btmdx1.mat.uni-bayreuth.de/~carsten/eg/bookVorlage/>
(via VPN/Uni-Netz)



Vorlage für Dozierende anderer Veranstaltungen

Die Technik „mdbook“ (mit dem Plugin „classy“ zur optischen Aufbereitung) in Kombination mit der Softwarebibliothek JSXGraph liegen mittlerweile als Vorlage [7] mit Beispielen vor. Damit können auch andere Dozierende dieses Werkzeug für ihre (Mathematik-)Veranstaltungen nutzen.

Kontakt: carsten.miller@uni-bayreuth.de



sketchometry